Varianz der Eigenkapitalkosten von Schweizer Aktiengesellschaften

Andreas Jacobs[1], Pius Zgraggen[2]

[1] Universität Bern, Institut für Finanzmanagement, Sennweg 2, CH-3012 Bern und Schweizerischer Bankverein, Corporate Controlling, Basel

[2] Universität Bern, Institut für Finanzmanagement, Sennweg 2, CH-3012 Bern und Schweizerische Bankgesellschaft, Global Derivatives Risk Measurement & Methodology, Zürich

Wir danken Claudio Loderer, Direktor des Instituts für Finanzmanagement, für die hilfreichen Ideen und Kommentare. Dank schulden wir ausserdem der Schweizerischen Bankgesellschaft für die Überlassung der notwendigen Aktiendaten. Alle verbleibenden Fehler liegen in der alleinigen Verantwortung der Autoren.

Eines der hauptsächlichen Probleme bei der Bestimmung von Diskontraten mit den gängigen Finanzmarkmodellen liegt darin, dass das Resultat dieser Berechnungen eine einzige Zahl (Punktschätzung) ist. Die Schätzung der (erwarteten) Diskontrate mittels statistischer Methoden ist jedoch mit Messfehlern behaftet. Die vorhandenen Informationen bezüglich dieser Messungenauigkeiten werden durch die Bewertungsmodelle nicht berücksichtigt. Anzustreben ist demnach eine Intervallschätzung, d.h. eine Diskontrate, von der nicht nur der Erwartungswert, sondern auch ein Vertrauensintervall berechnet werden kann. In der Praxis wird diesem Problem häufig dadurch begegnet, dass man eine Sensitivitätsanalyse durchführt. Dazu wird der Einfluss verschiedener Diskontraten auf den Projektentscheid bei gegebenen freien Cash Flows untersucht. Allerdings verfügt das Management dabei in den seltensten Fällen über Anhaltspunkte, um wieviel die Eigenkapitalkosten und damit die Diskontrate vom ursprünglich berechneten Wert abweichen können. Erschwerend kommt häufig dazu, dass ein Projektentscheid sehr sensitiv auf die Wahl der Diskontrate reagiert. Ziel dieser Arbeit ist es deshalb, einen einfachen Weg aufzuzeigen, wie die Varianz der erwarteten Eigenkapitalkosten einer Unternehmung ermittelt werden kann.

Die Bedeutung der Varianz der Eigenkapitalkosten liegt in ihren Konsequenzen für den Wert eines Investitionsprojektes. Wir wollen dies an einem einfachen Beispiel illustrieren. Gegeben sei ein Projekt, das zu Projektbeginn eine Investition von sFr. 100 erfordere und ein Jahr später einen erwarteten netto Cash Flow von sFr. 126 abwirft. Die (risikoadjustierten) Kapitalkosten für dieses Projekt betragen 25%. Das Management hat über die Durchführung des Projektes zu befinden, und basiert seinen Entscheid auf dem Kriterim des Nettogegenwartswertes.[3] Dieser Wert beträgt hier sFr. 0.80. Der positive Nettogegenwartswert zeigt, dass das Projekt mehr als nur eine risikoäquivalente Rendite zu generieren vermag. Entsprechen wird sich das Management zur Durchführung des Projektes entschliessen. Im Beispiel wird jedoch ignoriert, dass die Eigenkapitalkosten nicht exakt gemessen werden können, sondern mit Unsicherheit behaftet sind. Alternativ nehmen wir deshalb an, dass die Eigenkapitalkosten auf Grund von Messungenauigkeiten mit 95% Wahrscheinlichkeit im Intervall zwischen 22% und 28% liegen. Daraus folgt, dass dem Projekt nicht mehr ein einziger Nettogegenwartswert zugeordnet werden kann. Vielmehr kann der Wert des Projektes nur noch als Wertintervall beschrieben werden. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% befindet sich der Wert des Projektes zwischen sFr. -1.56 und sFr. 3.28. Unter diesen Umständen ist das weitere Vorgehen im Entscheidprozess nicht mehr eindeutig.[4] Das Projekt, das mit der gängigen Punktschätzung einen positiven Nettogegenwartswert aufweist, hat unter Verwendung der Intervallschätzung der Eigenkapitalkosten nur noch mit einer Wahrscheinlichkeit von rund 75% einen positiven Gegenwartswert.[5]

Die Kenntnis der Varianz der Eigenkapitalkosten ist demnach eine unabdingbare Voraussetzung, um den Intervallwert eines Projektes zu bestimmen. Wir stellen eine Methode vor, mit der die Varianz der erwarteten Eigenkapitalkosten bestimmt werden kann und demonstrieren unseren Ansatz am Beispiel von 25 börsenkotierten Schweizer Unternehmungen, indem wir den Erwartungswert sowie die Varianz der Eigenkapitalkosten für diese Unternehmungen per Oktober 1992 bestimmen.

Der Rest der Arbeit ist wie folgt aufgebaut: In Kapitel 1 diskutieren wird die Bedeutung der Eigenkapitalkosten für eine Unternehmung resp. für einen Investor. Wir stellen kurz die verbreitetsten Modelle zur Bestimmung der Eigenkapitalkosten vor und erläutern unsere spezifische Modellwahl. Kapitel 2 zeigt im Detail die Punktschätzung der Eigenkapitalkosten mittels des Capital Asset Pricing Model (CAPM). Wir gehen dabei unter anderem auf zwei heikle Probleme in der praktischen Arbeit mit dem CAPM ein. Dies betrifft einerseits die korrekte Bestimmung der Marktrisikoprämie auf der Basis von ex post Daten. In Kapitel 3 treten wir auf die Ermittlung der Varianz der erwarteten Eigenkapitalkosten ein. Kernstück bildet dabei die Berechnung der Vari-

[3] Eine detaillierte Diskussion dieses Ansatzes erfolgt in Kapitel 1 der Untersuchung.

[4] Wie sich das Management in dieser Situation verhalten soll, bildet nicht Gegenstand dieser Untersuchung. Eine Möglichkeit könnte darin bestehen, zusätzliche Daten zu beschaffen, um die Messungenauigkeiten zu reduzieren und damit den Wert des Projektes genauer zu bestimmen.

[5] Der Erwartungswert des Projektes beträgt sFr. 0.86 $[0.5 \times 3.28 + 0.5 \times (-1.56)]$. Zudem wissen wir, dass der Wertebereich von 1.56 bis 3.28 insgesamt vier Standardabweichungen umfasst. Die Standardabweichung der (unterstellten) Normalverteilung beträgt demnach 1.21. Gegeben diese Normalverteilungsparameter können wir berechnen, wie gross die Wahrscheinlichkeit ist, dass das Projekt einen negativen Nettobarwert aufweist.

anz zweier multiplikativ verknüpfter Zufallsvariablen. Unsere Resultate verwenden wir in Kapitel 4, um für eine Stichprobe von 25 Schweizer Unternehmungen Erwartungswert und Varianz der Eigenkapitalkosten zu schätzen. Schliesslich ziehen wir in Kapitel 5 Schlussfolgerungen.

1 Bedeutung der Eigenkapitalkosten

Die Eigenkapitalkosten haben für eine Unternehmung eine zentrale Bedeutung. Um dies zu verdeutlichen unterstellen wir, dass das Management einer Unternehmung sein Handeln darauf ausrichtet, den Wert des Eigenkapitals der Unternehmung zu maximieren. Die Entscheidregel, die dem Management diese Zielerreichung garantiert, kann wie folgt umschrieben werden. "Bestimme den Nettogegenwartswert aller zur Auswahl stehender Projekte und realisiere alle, die einen positiven Nettogegenwartswert aufweisen." Der Nettogegenwartswert eines Projektes wird berechnet, in dem alle heutigen und zukünftigen, dem Projekt direkt zurechenbaren, erwarteten Cash In- und Outflows diskontiert und aufsummiert werden, entsprechen der Formel

$$NPV = \sum_{t=0}^{T} \frac{E(CF_t)}{(1+k_t)^t} \tag{1}$$

NPV bedeutet Nettogegenwartswert (*n*et *p*resent *v*alue), CF_t steht für die Cash Flows des Projektes im Zeitpunk t und $E(.)$ ist ein Erwartungswertoperator. Schliesslich bezeichnet k_t den heutigen, risikoadjustierten Zinssatz für Anlagen mit einer Laufzeit bis zum Zeitpunkt t. Der Diskontsatz k_t wird auch als Opportunitätskostensatz bezeichnet. Diese Bezeichnung unterstreicht die ökonomische Bedeutung der Diskontrate als minimal erforderliche Rendite des Projektes, die mit einer Anlage mit gleichem Risiko und gleicher Laufzeit im Kapitalmarkt erzielt werden könnte. Das Bewertungssystem von Gleichung (1) ist allgemeint und lässt sich auf eine Vielzahl von unternehmerischen Problemen anwenden. Mögliche Anwendungsbereiche umfassen z.B. Ersatzinvestitionen, Kapazitätserweiterungsprojekte, Investitionen in neue Produkte oder Märkte, Desinvestititionen oder auch Firmenübernahmen. Zudem kann mit dieser Methode auch ein theoretischer Aktienwert bestimmt werden.

In der Literatur existiert eine Vielzahl von Ansätzen zur Bestimmung der Eigenkapitalkosten einer Unternehmung. Die bekanntesten und in der Praxis am weitesten verbreiteten Ansätze sind die arbitrage pricing theory (APT) []und das capital asset pricing model (CAPM) ([Sharpe (1964), Lintner (1965)]).[6] Wir beschränken uns in dieser Arbeit auf die Darstellung unserer Resultate am Beispiel des CAPM. Dies hat im Wesentlichen drei Gründe. Erstens ist es in der Praxis das mittlerweile gebräuchlichste und bekannteste Modell zur Bestimmung der Eigenkapitalkosten. Zweitens ist es recht einfach in der Anwendung. Wir können uns deshalb bei unseren Ausführungen auf das Wesentliche konzentrieren, ohne dass gleichzeitig eine Vielzahl von Erläuterungen zur Methodik selbst notwendig sind. Drittens hat sich das CAPM zur Bestimmung der Eigenkapitalkosten in einer kürzlich durchgeführten Untersuchung für den Schweizer Kapitalmarkt als gutes Modell erwiesen.[7]

2 Punktschätzung der Eigenkapitalkosten mit dem CAPM

Beim CAPM handelt es sich um ein bekanntes und verbreitetes Modell, so dass wir uns in diesem Kapitel auf die Darstellung einiger spezifischer Details beschränken. Formal kann das CAPM dargestellt werden als

$$E(R_i) = r_f + \beta_i[E(R_m) - r_f] \tag{2}$$

[6] Für eine aktuelle Anwendung der APT für den schweizerischen Kapitalmarkt vgl. Cuenot und Reyes (1992).
[7] Vgl. Zgraggen und Seiler (1993)

$E(R_i)$ bezeichnet die erwartete Rendite der Aktie i, $E(R_m)$ die erwartete Rendite des gesamten Aktienmarktes. r_f steht für den risikolosen Zinssatz und schliesslich bezeichnet β_i das Risiko des Titels i. β_i ist definiert als

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)} \tag{3}$$

Der Term $Cov(R_i, R_m)$bezeichnet die Kovarianz zwischen der Titelrendite R_i und der Marktrendite R_m. $Var(R_m)$ steht für die Varianz der Marktrendite.

Das CAPM besagt im Wesentlichen, dass sich die erwartete Rendite eines Aktientitels aus der risikofreien Rendite und einer Entschädigung für das Risiko der Aktie zusammensetzt. Die risikofreie Rendite ist fr alle Aktien gleich und entschädigt den Investor für seinen Konsumverzicht (Zeitwert des Geldes). Zusätzlich richtet sich die erwartete Rendite nach dem Risiko des Titels. Das Risiko eines Titels bestimmt sich als Kovarianz der Titelrendite mit der Marktrendite[8] und wird als Beta β bezeichnet. Risikoreichere Titel weisen ein höheres β auf. Entsprechend erwartet ein Investor auch eine höhere Rendite. Der Preis des Risikos wird als Marktrisikoprämie bezeichnet und bestimmt sich als Differenz zwischen der erwarteten Gesamtmarktrendite und dem risikofreien Zinssatz. Die Marktrisikoprämie ist für alle Titel identisch. Die gesamte (titelspezifische) Entschädigung für das Risiko berechnet sich als Produkt des Titelrisikos (β) und der Marktrisikoprämie.

Die vom Kapitalmarkt geforderte Rendite auf den Aktien der Firma i entspricht aus der Sicht der Unternehmung den Eigenkapitalkosten der Unternehmung.[9] Die erwartete Aktienrendite setzt sich zusammen aus der erwarteten Dividendenrendite plus den erwarteten Kursgewinnen auf einem bestimmten Aktientitel. Diese zweite Komponente wird häufig übersehen, so dass in der Praxis nicht selten fälschlicherweise die Eigenkapitalkosten mit der Dividendenrendite einer Unternehmung gleichgesetzt werden.[10]

Die Bestimmung der Marktrisikoprämie

Das CAPM ist ein Gleichgewichtsmodell zur Bestimmung der erwarteten Eigenkapitalkosten eines Aktivums. Sowohl die erwartete Marktrendite als auch der risikofreie Zinssatz sind im Modell ex ante Grössen. Die erwartete Marktrendite lässt sich nicht direkt beobachten. Zu ihrer Bestimmung sind wir deshalb auf historische Grössen angewiesen. Verwendet man zur Bestimmung der Marktrisikoprämie $[E(R_m) - r_f]$ sowohl ex post (historische Marktrendite) als auch ex ante (risikoloser Zinssatz) Grössen, kann dies schwerwiegende Verzerrungen zur Folge haben. Das Problem lässt sich mit dem folgenden Beispiel illustrieren.

Nehmen wir an, zur Beurteilung eines Projektes mit einer Laufzeit von einem Jahr benötigen wir die aktuellen Eigenkapitalkosten unserer Unternehmung.[11] Nehmen wir weiter an, dass das Unternehmensbeta bekannt sei. Es fehlen uns demnach noch die Rendite einer risikolosen Anlage mit einer Laufzeit von einem Jahr sowie die erwartete Marktrendite für den gleichen Zeitraum. Die Bestimmung des risikofreien Zinssatzes für kurze Laufzeiten stellt kein Problem dar. Häufig verwendet man dazu die entsprechenden Euromarkt Schweizerfranken (Euro sFr.) Sätze. Schwieriger gestaltet sich die Bestimmung der erwarteten Marktrendite. In der Regel bedient man sich dazu eines langfristigen, historischen Durchschnittes der Gesamtaktienmarktrendite.

Fügt man diese beiden Grössen zu einer Marktrisikoprämie zusammen, ergeben sich daraus höchst unplausible Resultate. In Zeiten hoher Inflation ergibt sich ein hoher nominaler risikofreier Zinssatz. Subtrahiert man diesen von der (historischen) Marktrendite resultiert eine tiefe (evtl. sogar negative) Marktrisikoprämie. Umgekehrt erhält man in Zeiten tiefer Inflationserwartungen eine hohe Marktrisikoprämie. Die Marktrisikoprämie wäre demnach negativ mit den Inflationserwartungen korreliert. Im Gegensatz dazu würde man jedoch erwarten, dass die Inflationserwartungen

[8] Die Kovarianz wird mittels der Marktvarianz noch standardisiert.

[9] Verfügt eine Unternehmung über mehrere Aktienkategorien, bestimmen sich die Eigenkapitalkosten der Unternehmung als börsenkapitalisierungsgewichteter Durchschnitt der erwarteten Aktienrenditen dieser Firma.

[10] Für eine detailliertere Diskussion vgl. [Loderer (1992)]

[11] Damit unterstellen wir implizit, dass das Projekt das gleiche Risiko und die gleiche Finanzierungsstruktur wie unsere Unternehmung aufweist.

sich auch in der (nicht beobachtbaren) erwarteten Marktrendite niederschlagen, so dass die Marktrisikoprämie (die Differenz zwischen Marktrendite und risikolosem Zinssatz) in etwa konstant bleibt. Dieses Problem kann umgangen werden, indem man die *historische Marktrisikoprämie* bestimmt. Dazu berechnet man einen langfristigen Durchschnitt der Differenz zwischen historischer Marktrendite und historisch risikofreier Rendite.

Geneigte Fristenstruktur der Zinssätze

Die Eigenkapitalkosten einer Unternehmung oder eines Projektes sind über die Zeit of nicht konstant. Besonders deutlich zeigt sich dies beim risikofreien Zinssatz. Nehmen wir an, wir haben über ein Projekt mit einer Laufzeit von fünf Jahren zu beschliessen. Bei einer flachen Fristenstruktur der Zinssätze ist der risikolose Zinssatz für alle Fristigkeiten gleich hoch. Entsprechend sind auch die Eigenkapitalkosten der Unternehmung und damit der Diskontsatz über die gesamten fünf Jahre konstant. Ist hingegen die Fristenstruktur der Zinssätze (positiv oder negativ) geneigt, ergeben sich für die Jahre eins bis fünf je verschiedene Eigenkapitalkosten. Die erwarteten freien cash flows der Jahre eins bis fünf müssen demnach auch mit verschiedenen Diskontraten abgezinst werden.

Bestimmung des risikofreien Zinssatzes mit längeren Laufzeiten

Unter einem risikofreien Zinssatz (Kassasatz) werden Anlagen auf Diskontbasis[12] verstanden, die kein Konkursrisiko aufweisen. Die Bestimmung der risikofreien Rendite in der Schweiz bereitet für kurze Laufzeiten keine Probleme. Für Laufzeiten bis 12 Monate existiert für den Schweizer Franken ein sehr liquider Euromarkt. Die Bonität der Marktteilnehmer ist durchwegs ausgesprochen gut, so dass von einem praktisch inexistenten Konkursrisiko ausgegangen werden kann. Zudem entzieht sich der Euromarkt im Gegensatz zum nationalen Geldmarkt weitgehend staatlicher Interventionen. Entsprechend beinhalten die Euromarktsätze keine Prämie für das staatliche Regulierungsrisiko.[13]

Für längere Laufzeiten hingegen sind in der Schweiz die Kassasätze nicht mehr ohne weiteres zu bestimmen. Dazu fehlen insbesondere von der Schweizerischen Eidgenossenschaft auf regelmässiger Basis emittierte Nullprozentanleihen. Als Alternative bietet sich in der Schweiz der Swapmarkt an. Bezüglich Liquidität und Konkursrisiko ist er mit dem Euromark vergleichbar. Dazu kommt, dass Swapsätze für Laufzeiten zwischen zwei und zehn Jahren gestellt werden. Das einzige Problem, das gegen eine Verwendung der Swapsätze als Kassasätze spricht, ist dass die Swapsätze nicht auf Diskontbasis berechnet werden. Je stärker die Fristenstruktur der Zinssätze geneigt ist, desto grösser wird der aus einer direkten Substitution von Swapsätzen für Kassasätze entstehende Fehler.

Glücklicherweise stehen jedoch Swapsätze in einer eindeutigen mathematischen Beziehung zu Kassasätzen. Wir können diese Relation ausnützen, um aus den beobachtbaren Swapsätzen die nicht beobachtbaren Kassasätze abzuleiten. Dazu verwenden wir als Ausgangspunkt die Definition des Swapsatzes. Im Zusammenhang mit einer gewöhnlichen Obligation bezeichnet der Swapsatz denjenigen Zinssatz, der es erlaubt, die Obligation bei gegebener Fristenstruktur der Zinssätze zu pari emittieren. Dies soll an einem Beispiel erläutert werden. Gegeben sei eine Obligation mit einer Restlaufzeit von zwei Jahren und einem Nominalwert von N, die jährlich verzinst wird. Der Einjahreskassasatz betrage 10%, der Zweijahreskassasatz 15%. Wir können demnach schreiben

$$N = \frac{S \cdot N}{1.1} + \frac{(1+S)N}{(1.15)^2} \tag{4}$$

S bezeichnet dabei den Swapsatz. Der Nominalwert N kürzt sicht, wonach sich die Gleichung leicht nach S auflösen lässt. In diesem Beispiel beträgt der Swapsatz 14.64%. Die obige Gleichung lässt sich allgemein schreiben als

$$N = \sum_{t=1}^{T-1} \frac{S_T \cdot N}{(1+R_t)^t} + \frac{(1+S_T)N}{(1+R_T)^T} \tag{5}$$

[12] Während der Laufzeit werden keine Zinsen bezahlt (Nullprozentanleihen).
[13] Vgl. Shapiro (1992), S. 579 f.

R_t bezeichnet den Kassasatz für das Jahr t, S_T den Swapsatz für die Laufzeit T. Um den von uns gesuchten Kassasatz R_T zu isolieren, kürzen wir N in Gleichung (5) und lösen nach R_T auf

$$R_T = \sqrt[T]{\frac{(1+S_T)}{1-\sum_{t=1}^{T-1}\frac{S_T}{(1+R_t)^t}}} - 1 \tag{6}$$

Unter der Bedingung, dass wir die Swapsätze für die Jahre 2 bis N sowie den 1-Jahres Kassasatz aus dem Euromarkt kennen, kann der 2-Jahres Kassasatz wie folgt bestimmt werden.

$$R_2 = \sqrt{\frac{(1+S_2)}{1-\sum_{t=1}^{T-1}\frac{S_2}{(1+R_1)^t}}} - 1 \tag{7}$$

Der 3-Jahreskassasatz kann, ist der 2-Jahreskassasatz einmal bekannt, in analoger Weise berechnet werden. Das Verfahren kann solange angewendet werden, bis schliesslich alle Kassasätze mit Laufzeiten bis T Jahre ermittelt sind.

Bestimmung des Risikomasses β

Eine naheliegende Variante zur Bestimmung des Risikomasses β besteht in der Schätzung einer einfachen linearen Regression der Form

$$R_t = \alpha + \beta R_{mt} + \varepsilon_t \tag{8}$$

R_t steht dabei für die Aktienrendite im Zeitpunkt t und R_{mt} bezeichnet die Gesamtmarktrendite über denselben Zeitraum. Es wird unterstellt, dass der Störterm ϵ_t die üblichen Verteilungseigenschaften ausweist $[E(\varepsilon_t) = 0$, $Var(\varepsilon_t) = \sigma^2$ und $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-j}) = 0 \forall j \neq 0]$.

Das mittels Gleichung (8) berechnete β wird als "historisches" Beta bezeichnet. Es könnte im Prinzip direkt für unsere Berechnung der Eigenkapitalkosten verwendet werden. [Blume (1971), Blume (1975)] hat allerdings für Portfoliobetas einen sogenannten "Regressionstrend gegen eins" nachgewiesen. Darunter versteht Blume die Tatsache, dass ein hohes historisches Portfoliobeta in der nächsten Periode tendenziell tiefer und umgekehrt ein tiefes historisches Portfoliobeta in der nächsten Periode tendenziell höher ausfällt. Blume führt dafür zwei Erklärungen an:

1. Order Bias. In Periode t werden die Aktien auf der Basis ihrer geschätzten Betas in Portfolios eingeteilt (Portfolio 1 umfasst z.B. alle Aktien mit den tiefsten Betas). In diesem Portfolio werden tendenziell mehr Aktien mit grossen negativen Schätzfehlern der Betas enthalten sein. Berechnet man das Beta desselben Portfolios in der Periode $t+1$ erneut, werden sich die Schätzfehler gegenseitig kompensieren. Das Beta des Portfolios in $t+1$ wird höher ausfallen als das Beta desselben Portfolios im Zeitpunkt t. Genau das umgekehrte gilt für die Aktien im Portfolio mit den höchsten Betas.

2. Nichtstationäre Betas. Blume zeigt, dass nicht nur die Portfoliobetas den Regressionstrend aufweisen, sondern auch die Betas der einzelnen Aktien. Er vermag nachzuweisen, dass die Aktienbetas über die Zeit nicht stationär sind, wobei er über die Ursachen nur spekulieren kann.

Aus dieser Diskussion folgt, dass durch die Verwendung von historischen Aktienbetas nicht alle verfügbare Information verwendet wird, die im Prinzip in den Betawerten enthalten ist. Um die prognostizierten Betas um diesen Regressionstrend zu korrigieren, schlägt Blume eine Anpassung des geschätzten historischen Betas $\hat{\beta}_t$ nach der folgenden Formel vor

$$\hat{\beta}_{t+1} = a + b\hat{\beta}_t \tag{9}$$

Dabei bezeichnet $\hat{\beta}_{t+1}$ das von uns zu prognostizierende Beta. Die Parameter a und b sind die (unbekannten) Korrekturkoeffizienten). Das Modell unterstellt demnach einen linearen Zusammenhang zwischen zwei zeitlich unmittelbar aufeinanderfolgenden Betas des gleichen Titels. Die

Korrekturkoeffizienten a und b sind nicht beobachtbar, können jedoch mittels einer Querschnittsregression über alle Aktien eines Marktes ermittelt werden.

$$\hat{\beta}_{it} = a + b\hat{\beta}_{it-1} + \eta_{it} \tag{10}$$

Dabei bezeichnet $\hat{\beta}_{it}$ das historische Beta der Aktie i im Zeitpunkt t und η_{it} steht für einen Störterm mit Standardeigenschaften. Schliesslich sind a und b die gesuchten (Querschnitts-) Korrekturkoeffizienten.

3 Intervallschätzung der Eigenkapitalkosten mit dem CAPM

Die bisherigen Ausführungen haben einige wichtige Punkte bei der empirischen Arbeit mit dem CAPM beleuchtet. Die Diskussion hat sich jedoch innerhalb der traditionellen Bahnen bewegt, wonach es z.B. für die Investitionsplanung genügt, einen Erwartungswert der Eigenkapitalkosten zu bestimmen. In der Einleitung haben wir jedoch bereits deutlich gemacht, dass sich die Kapitalkosten auf Grund von Messungenauigkeiten sinnvollerweise nicht als Punkt- sondern nur als Intervallschätzung bestimmen lassen. Die zur Anwendung gelangenden statistischen Verfahren bei der Bestimmung der Eigenkapitalkosten generieren als Mass für diese Messungenauigkeiten die Standardabweichungen resp. Varianz der einzelnen Grössen (Marktrisikoprämie, β, etc.).

Das Problem beim Einbezug der Varianz in unsere Berechnungen liegt einerseits in der multiplikativen Verknüpfung zweier Zufallsvariablen und andererseits in der Berechnung der Summe zweier normalverteilter Zufallsvariablen. Das Problem der multiplikativen Verknüpfung tritt erstens bei der Prognose des Firmenbetas in Gleichung (9) auf, da sowohl das historische Beta $\hat{\beta}_t$ als auch der Korrekturkoeffizient b mit Schätzunsicherheit behaftet sind. Zweitens stellt sich das gleiche Problem auch im CAPM [Gleichung (2)]. Die beiden multiplikativ verknüpften Zufallsvariablen sind hier das prognostizierten Beta β_i sowie die historische Marktrisikoprämie. Das Problem der additiven Verknüpfung tritt bei der Prognose der Titelbetas mittels des Blumeverfahrens auf $(a + b\hat{\beta}_t)$.

Die Varianz zweier multiplikativ verknüpfter Zufallsvariablen

Gegeben seien zwei multiplikativ verknüpfte Zufallsvariablen, x und y, deren Produkt wir z nennen. Gesucht ist die Varianz von z. Mit Hilfe einer linearen Taylor-Expansion lässt sich zeigen, dass die gesuchte Grösse berechnet werden kann als

$$Var(\hat{z}) = \begin{bmatrix} y & x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Var(\hat{x}) & Cov(\hat{x},\hat{y}) \\ Cov(\hat{y},\hat{x}) & Var(\hat{y}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} \tag{11}$$

wobei wir die wahren aber unbekannten x und y durch ihre konsistenten Schätzer $\hat{x}$ und $\hat{y}$ ersetzen.[14] Multipliziert man die Gleichung (11) aus, kann die Varianz wie folgt berechnet werden

$$Var(\hat{z}) = \hat{y}^2 Var(\hat{x}) + \hat{x}^2 Var(y) + 2\hat{y}\hat{x}Cov(\hat{y},\hat{x}) \tag{12}$$

Die Beziehung kann weiter vereinfacht werden, wenn die beiden Zufallsvariablen unabhängig sind. In diesem Fall reduziert sich die Varianzformel auf

$$Var(\hat{z}) = \hat{y}^2 Var(\hat{x}) + \hat{x}^2 Var(y) \tag{13}$$

Diese Formel kann direkt auf die Bestimmung der Varianz der Firmenbetas resp. des Risikoteils im CAPM angewendet werden, indem wir z.B. für x die Marktrisikoprämie und für y das prognostizierte Firmenbeta einsetzen.

[14] Eine detaillierte Herleitung findet sich im Anhang

Die Varianz zweier additiv verknüpfter Zufallsvariablen

Gegeben seien zwei normalverteilte Zufallsvariablen s und t. Die Summe dieser zwei Variablen heisse u, $u = s + t$, und gesucht sei die Varianz von u [$Var(u)$]. Sie lässt sich berechnen als

$$Var(u) = Var(s) + Var(t) + 2Cov(s,t) \quad (14)$$

Beträgt die Kovarianz zwischen den beiden Zufallsvariablen Null, vereinfacht sich die Gleichung zu

$$Var(u) = Var(s) + Var(t) \quad (15)$$

Diese Formel kann zur Bestimmung der Varianz der Titelbetas mittels des Blumeverfahrens verwendet werden, indem für s der geschätzte Parameter a und für t das Produkt $b\hat{\beta}_t$ eingesetzt wird.

4 Die Eigenkapitalkosten von Schweizer Aktiengesellschaften

Wir haben für 25 Schweizer Firmen die Eigenkapitalkosten geschätzt. Stichtag für die Berechnungen ist der 16. Oktober 1992. Die Aktienkurse und -indizes wurden uns freundlicherweise von der Schweizerischen Bankgesellschaft in Zürich zur Verfügung gestellt. Angaben über die Eigenkapitalstruktur der Firmen stammen aus verschiedenen Ausgaben des "Aktienführer Schweiz", der von der "Finanz und Wirtschaft" in Zusammenarbeit mit den drei Schweizer Grossbanken herausgegeben wird. Die historische Zeitreihen des risikofreien Zinssatzes schliesslich stammt aus der makroökonomischen Datenbank des Studienzentrums der Schweizerischen Nationalbank in Gerzensee.

Die Stichprobe umfasst alle Unternehmungen, die am 16. Oktober 1992 an der Zürcher Aktienbörse zumindest einen permanent gehandelten Titel aufweisen.[15] Insgesamt beziehen wir 60 Titel in die Untersuchung mit ein. In der Stichprobe sind die grossen Firmen überrepräsentiert. Nimmt man die im Aktienführer Schweiz '92 publizierte Liste der 100 grössten Schweizer Gesellschaften (gemessen am Kriterium der Börsenkapitalisierung am 15.5.92) als Massstab, sind 16 der von uns untersuchten Firmen unter den grössten 20 Unternehmungen. Die kleinste unserer Firmen (Georg Fischer AG) ist in dieser Rangliste auf Platz 56 rangiert.

Titelbetas nach Blume

Die historischen, titelspezifischen Aktienbetas sowie die Standardabweichungen der Aktienbetas werden auf der Basis wöchentlicher, stetig verzinster Mittwochsrenditen über den Zeitraum vom 23. Oktober 1991 bis zum 14. Oktober 1992 (52 Beobachtungen) berechnet (Tabellen 1 und 2, Spalten 1 und 2). Als Marktindex verwenden wir den Swiss Performance Index (SPI). Die Daten zeigen, dass unsere Stichprobe Firmen mit hohen Aktienbetas übervertreten sind. Von insgesamt 60 Aktienbetas sind 47 grösser als 1 (78%), wobei das arithmetische Mittel 1.23 beträgt.

Um Prognosen der Aktienbetas zu erhalten, haben wir die Erkenntnisse von Blume umgesetzt, wonach historische Betas ungleich eins in der nächsten Periode tendenziell näher bei eins liegen werden. Dazu berechnen wir für alle untersuchten Titel für die Jahre 1985 bis 1991 je ein historisches Aktienbeta. Die Berechnungen basieren wiederum auf wöchentlichen, stetig verzinsten Mittwochsrenditen. Der Zeitraum für die einzelnen Jahresbetas erstreckt sich hier jeweils vom 1. Januar bis zum 31. Dezember eines bestimmten Jahres. Die so berechneten Aktienbetas verwenden wir in einer gepoolten Querschnittsregression der Form

$$\hat{\beta}_{it} = a + b\hat{\beta}_{it-1} + \eta_{it} \quad (16)$$

Der Titelindex i umfasst sämtliche für den entsprechenden Zeitpunkt verfügbaren Aktientitel der untersuchten Firmen, während der Zeitindex t von 1986 bis 1991 läuft. Die Durbin-Watson Statistik der einfachen OLS Schätzung (1.61) indiziert auf dem 1% Signifikanzniveau autokorrelierte

[15] Aufgrund fehlender konsistenter Daten wurde die Schweizerische Volksbank aus der Untersuchung ausgenommen

Residuen. Wir verwenden deshalb das von White (1980) vorgeschlagene Verfahren zur Berechnung einer konsistenteren Kovarianzmatrix. Die Resultate der Regression präsentieren sich wie folgt (Standardabweichung in Klammern)

$$\hat{\beta}_{it} = 0.77933 + 0.30157\hat{\beta}_{it-1} \tag{17}$$

$$(0.077)(0.060)$$

Die Regression beruht auf 324 Beobachtungen und weist einen adjustierten R^2 Wert von 0.10 auf. Die so generierten Blume-Koeffizienten a und b werden verwendet, um mittels

$$\hat{\beta}_{it+1} = a + b\hat{\beta}_{it} \tag{18}$$

eine bessere Prognose der Titelbetas zu erhalten. Analog können auch die Standardabweichungen der so berechneten Betas bestimmt werden.[16] Wir verwenden dazu die Gleichungen

$$Var(b\hat{\beta}_{it}) = Var(b)\hat{\beta}_{it}^2 + Var(\hat{\beta}_{it})b^2 \tag{19}$$

resp.

$$Var(\hat{\beta}_{it+1}) = Var(a) + Var(b\hat{\beta}_{it}) \tag{20}$$

Die Resultate der Berechnungen sind in den Tabellen1 und 2, Spalten 3 und 4 dargestellt.

Gegenüber den Resultaten in den Spalten 1 und 2 zeigen sich die erwarteten Veränderungen. Die prognostizierten Aktienbetas werden in der überwiegenden Mehrzahl gegen 1 korrigiert.[17] 90% der Betas sind grösser als 1, wobei das arithmetische Mittel nur noch 1.15 beträgt. Die Standardabweichungen der prognoszierten Aktienbetas sind mit einer Ausnahme (Nestlé Namen) kleiner als die Standardabweichungen der historischen Betas. Der Mittelwert der Standardabweichungen reduziert sich von 0.24 und 0.13. Die Methodik von Blume führte somit nicht nur zu einer verbesserten Prognose der Aktienbetas durch Ausnutzung der Autokorrelation in de Aktienbetas, sondern auch eine Verkleinerung des Vertrauensintervall der Betas.

Unternehmensbetas

Die titelspezifischen Aktienbetas müssen zu einem Unternehmensbeta verdichtet werden. Das Gewicht der einzelnen Betas bestimmt sich auf Grund des prozentualen Anteils der Aktientitel an der gesamten Börsenkapitalisierung der Unternehmung. Für verschiedene Firmen konnte die Aktienkapitalstruktur am 16. Oktober 1992 nicht exakt bestimmt werden, da dem Aktienführer Schweiz nicht zu entnehmen ist, wann genau bestimmte Veränderungen in der Kapitalstruktur stattfanden. Dies betrifft die Bâloise, die ihre PS in Namentitel tauschte, sowie Elektrowatt, Sandoz, SBV, Schindler, Sulzer und Winterthur, welche 1992 PS liberierten. In allen Fällen gehen wir davon aus, dass diese Transaktionen am 16. Oktober vollständig abgeschlossen sind und damit bereits die neue Kapitalstruktur zum tragen kommt.[18]

Die Standardabweichung des Firmenbetas kann bei allen Unternehmungen mit mehr als einer Aktienkategorie mit der Formel

$$var(\beta_{\text{Firma}}) = \sum_i \sum_j x_i x_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} i, j = I, N, PS \tag{21}$$

berechnet werden. Dabei steht x_i für den prozentualen Anteil der Aktie i an der gesamten Börsenkapitalisierung der Unternehmung, σ_i für die Standardabweichung des Aktienbetas des Titels

[16] Wir unterstellen Unabhängigkeit zwischen den beiden additiv verknüpften Ternen.

[17] Ausnahmen bilden historische Aktienbetas zwischen 0.94 und 1.11. Die darauf basierenden Betaprognosen liegen im Bereich von 1.07 und 1.12. In diesen Fällen sist die absolute Differenz zwischen den prognoszierten Beta und 1 jeweils grösser als die absolute Differenz zwischen dem historischen Beta und 1.

[18] Diese Annahme hat keine (signifikanten) Auswirkungen auf die von uns gezeigten Resultate.

und ρ_{ij} für die Korrelation des Aktienbetas i mit dem Aktienbeta j. Die Korrelation zwischen den Aktienbetas wird an Hand der jährlichen, historischen Aktienbetas zwischen 1985 bis 1991 berechnet, was im besten Fall zu einer Stichprobengrösse von 7 führt. Für zwei Firmen (Swissair, Surveillance) können die Korrelationen mangels genügender historischer Betas nicht berechnet werden. In diesen Fällen haben wir für die drei Titelkombinationen (I/N, I/PS, N/PS) jeweils den durchschnittlichen Korrelationswert der Stichprobe verwendet.[19] Die Firmenbetas sowie die Standardabweichungen sind in Tabelle 3, Spalten 1 und 2 dargestellt.

Mit zwei Ausnahmen (Adia, 1.56 sowie Ascom, 0.89) liegen die restlichen 23 Firmenbetas in einem Intervall zwischen 1.00 und 1.25. Dies lässt bereits jetzt den Schluss zu, dass sich die Eigenkapitalkosten der untersuchten Unternehmungen im Querschnitt nicht zu stark voneinander unterscheiden werden.[20]

Marktrisikoprämie

Zur Bestimmung der erwarteten Marktrendite im CAPM ist unsere Wahl auf den SPI Index gefallen, da es sich dabei um den umfassendsten Index des Schweizerischen Aktienmarktes handelt. Mit dieser Wahl verbunden ist aber das Problem, dass die historische SPI-Zeitreihe nur bis Januar 1984 zurück reicht, wir aber an einer möglichst langen Beobachtungsperiode interessiert sind. Als die Alternative bietet sich der SBV-Gesamtindex (ohne Reinvestition der Dividenden) an, der bis Januar 1959 verfügbar ist. Für beide Indizes berechnen wir die stetig verzinste Monatsrendite auf der Basis von Monatsendwerten. Über den Zeitraum von Januar 1984 bis September 1992 liegt die monatliche Rendite des SPI im Durchschnitt um 0.19% (2.3% auf annualisierter Basis) über der Rendite des SBV-Indizes. Dies entspricht in etwa der durchschnittlichen Dividendenrendite von Schweizer Unternehmungen ([Z'Graggen, Seiler (1993)]). Wir addieren deshalb zur SBV-Gesamtindexrendite monatlich 0.19% hinzu.

Bei der Wahl der historischen Zeitreihe für den risikolosen Zinssatz bildet wiederum die Datenverfügbarkeit das entscheidende Kriterium. Euro sFr. Sätze stehen uns nicht weiter zurück als Januar 1974 zur Verfügung. Dagegen publiziert die Schweizerische Nationalbank die Zeitreihe "Depots bei Grossbanken" bis 1946 zurück. Zwischen 1946 und 1989 handelt es sich dabei jedoch um Monatsmittel- statt endwerte. Mangels Alternativen haben wir diese Zeitreihe verwendet. Der damit verbundene Fehler fällt kaum ins Gewicht, beträgt doch die Korrelation zwischen dem Grossbankendepotsatz und dem 1-Monats Euro sFr. Satz über den Zeitraum Januar 1974 bis September 1992 0.98.[21]

Zur Berechnung der historischen Marktrisikoprämie bilden wir, auf monatlicher Basis, die Differenz zwischen der historischen Marktrendite (adjustiert um die Dividendenrendite) und dem risikofreien Zinssatz über den Zeitraum von Januar 1959 bis September 1992. Die durchschnittliche monatliche Marktrisikoprämie über den gesamten Untersuchungszeitraum beträgt 0.32% (3.96% auf annualisierter Basis). Die annualisierte Standardabweichung des Mittelwertes (Marktrisikoprämie) beträgt 2.92%, bei einer Zeitreihenstandardabweichung von 75.96% und 404 Beobachtungen.

Resultate

In Tabelle 3 berechnen wir auf der Basis des CAPM und der Varianzformel

$$Var\left\{\hat{\beta}_{t+1}\left[E(R_m)-r_f\right]\right\} = Var\left\{\hat{\beta}_{t+1}\right\}\left[E(R_m)-r_f\right]^2 + Var\left\{\left[E(R_m)-r_f\right]\right\}(\hat{\beta}_{t+1})^2 \tag{22}$$

den Erwartungswert und die Standardabweichung der Kapitalkosten eines Projektes mit einem Zeithorizont von einem Jahr. Wir nehmen an, dass das Risiko des Projektes identisch ist mit dem

[19] Die Korrelationen betragen: I/N: 0.25, I/PS: 0.54, N/PS: 0.21.

[20] In diesem Zusammenhang werden wir im Rest der Arbeit von der *Querschnittsvarianz* der Eigenkapitalkosten sprechen.

[21] Im Durchschnitt liegt der 1-Monats Euro sFr. Satz 31 Basispunkte über dem Grossbankendepotsatz (annualisiert).

Risiko der durchführenden Gesamtunternehmung und dass sich durch das Projekt das Verhältnis von Fremd- zu Eigenkapital nicht verändert. Als risikofreien Zinssatz verwenden wir den 12-Monats Euro sFr. Satz von 6.25%.[22] Die Ergebnisse für die 25 untersuchten Schweizer Unternehmungen sind in den Spalten 3 und 4 zusammengefasst.

Mit Ausnahme von Adia (12.41%) und Ascom (9.78%) bewegen sich sämtliche erwarteten Eigenkapitalkosten in einem Intervall von 10.20% bis 11.21%. Wie bereits auf Grund der Firmenbetas vermutet, weisen die erwarteten Eigenkapitalkosten der untersuchten Unternehmungen nur eine äusserst geringe Querschnittsvarianz auf.

Technisch liegt dies einerseits an der Methode von Blume, andererseits an der Aggregation der Titelbetas zu Firmenbetas. Eine ökonomische Interpretation dieses Befundes könnte daran anknüpfen, dass die untersuchte Stichprobe bezüglich der die Rendite bestimmenden Faktoren offensichtlich sehr homogen zusammengesetzt ist. Obwohl die grösste untersuchte Unternehmung knapp sechzigmal grösser ist als die kleinse (Nestlé, Börsenkapitalisierung 36.6 Mrd sFr. versus Georg Fischer, Börsenkapitalisierung 616 Mio sFr.; Stand Mai 1992), besteht die Stichprobe relativ zu sämtlichen börsenkotierten Schweizer Unternehmungen ausschliesslich aus sehr grossen Unternehmungen. Das Auswahlkriterium, dass jede Unternehmung zumindest einen permanent gehandelten Titel aufweisen muss, damit sie in die Untersuchung einbezogen wird, führt dazu, dass die Firmen auch bezüglich der Liquidität der Aktientitel recht homogen sind. Sind die beiden Grössen bedeutende Faktoren bei der Bewertung von Aktiven im Kapitalmark, dann würde man vergleichbare Eigenkapitalkosten dieser Unternehmungen erwarten.

Die durchschnittliche Standardabweichung in der Stichprobe ist relativ klein und beträgt 0.34%, was zu einem durchschnittlichen 95% Vertrauensintervall von +/- 0.68% führt. Das 95% Vertrauensintervall der Eigenkapitalkosten der einzelnen Firmen kann in Tabelle 3, Spalten 5 und 6 abgelesen werden.

Dieses Kapitalkostenintervall hat zur Konsequenz, dass sich auch der Wert eines Projektes nur noch als Wertintervall bestimmen lässt. Das Intervall möglicher Projektwerte kann unter Umständen sowohl positive als auch negative Werte umfassen, was wiederum Rückwirkungen auf den Entscheidprozess hat. Wir illustrieren die Bedeutung des Wertintervalls am Beispiel eines Projektes, das nach Ablauf von n Jahren ($n = 1, ..., 20$) Fr. 1'000 ausbezahlt, indem wir das Wertintervall zum Barwert des Projektes ins Verhältnis setzen. Dazu legen wir unseren Berechnungen konstante durchschnittliche Eigenkapitalkosten von 10.8% und ein durchschnittliches 95% Vertrauensintervall der Eigenkapitalkosten von +/- 0.68% zu Grunde. Daraus resultieren Kapitalkosten von maximal 11.48% resp. von minimal 10.12%. Für jede der Projektlaufzeiten diskontieren wir den versprochenen Wert von Fr. 1'000 sowohl mit der maximalen als auch mit der minimalen Diskontrate auf den Zeitpunkt Null ab. Die Differenz zwischen den beiden so ermittelten Barwerten bezeichnen wir als das Bewertungsintervall des Projektes.

Abbildung 1 zeigt erstens das 95% Bewertungsintervall des Projektes (in sFr.) in Abhängigkeit der Laufzeit (ausgezogene Linie). Nach einer Projektlaufzeit von 10 Jahren erreicht das Bewertungsintervall mit rund 44 Franken das Maximum. Zweites zeigt die Abbildung den prozentualen Anteil des Bewertungsintervalls am Barwert des Projektes, wenn die versprochenen 1'000 Franken pro Laufzeit n mit den durchschnittlichen Eigenkapitalkosten von 10.8% diskontiert (unterbrochene Linie). Dieser Anteil steigt mit der Projektdauer linear an. Bei einer Projektdauer von 20 Jahren entspricht das Bewertungsintervall bereits 25% des zum mittleren Kapitalkostensatz diskontierten Projektwertes. Dieses Beispiel zeigt, dass bereits geringe Unterschiede im Vertrauensintervall der Eigenkapitalkosten grosse Auswirkungen auf den Wert eines Projektes haben können.

5 Schlussfolgerungen

Wir zeigen am Beispiel des Capital Asset Pricing Model, wie Firmen und Investoren mittels einfacher statistischer Grössen nicht nur den Erwartungswert sondern auch die Varianz der erwarteten Eigenkapitalkosten einer Unternehmung bestimmen können. Die Methode ist so allgemein, dass sie auch im Rahmen anderer Bewertungsmodelle wie zum Beispiel der Arbitrage Pricing Theory

[22] Quelle: NZZ

verwendet werden kann. Als zentrale Einsicht dieser Untersuchung resultiert, dass der Wert eines Projektes nur als Intervall geschätzt werden kann. Die dargestellte Methode erlaubt es jedoch, das Bewertungsintervall exakt zu bestimmen.

Empirisch stellt sich auf der Basis des CAPM heraus, dass eine Stichprobe von 25 grossen, börsengehandelten Schweizer Unternehmungen im Querschnittsvergleich geringe Unterschiede in den erwarteten Eigenkapitalkosten aufweisen. Die Varianz der Eigenkapitalkosten der einzelnen Firmen erweist sich zudem als klein, beträgt doch das 95% Vertrauensintervall der Eigenkapitalkosten im Durchschnitt nur +/- 0.7%. Gleichzeitig stellt sich jedoch heraus, dass selbst geringe Unterschiede in den Diskontsätzen grosse Auswirkungen bei der Projektbewertung haben.

Anhang[23]

Gegeben sei ein Vektor φ mit den wahren, unbekannten Parametern einer Regression sowie der Vektor der geschätzten Parameter, $\hat{\varphi}$.Weiter steht $f(\varphi)$ für eine beliebige, nichtlineare Funktion zwischen den Regressionskoeffizienten in φ. Gesucht ist die Varianz von $f(\hat{\varphi})$, wobei wir uns mit einer Approximation auf Basis einer linearen Taylor-Reihenexpansion behelfen. Die Approximation kann wie folgt dargestellt werden

$$\hat{f}(\varphi) \cong f(\varphi) + \left(\frac{\partial f(\varphi)}{\partial \varphi}\right)' (\hat{\varphi} - \varphi) \tag{22}$$

Damit gilt aber auch

$$Var[\hat{f}(\varphi)] \cong Var[f(\varphi)] + \left(\frac{\partial f(\varphi)}{\partial \varphi}\right)' Var[(\hat{\varphi} - \varphi)] \left(\frac{\partial f(\varphi)}{\partial \varphi}\right) \tag{23}$$

oder anders ausgedrückt

$$E[\hat{f}(\varphi) - f(\varphi)]^2 \cong \underbrace{E[f(\varphi) - f(\varphi)]^2}_{=0} + \left(\frac{\partial f(\varphi)}{\partial \varphi}\right)' \underbrace{E[(\hat{\varphi} - \varphi) - E(\hat{\varphi} - \varphi)]^2}_{=S} \left(\frac{\partial f(\varphi)}{\partial \varphi}\right) \tag{24}$$

S kann mit Hilfe der Beziehung

$$E(\hat{\varphi} - \varphi) = E(\hat{\varphi}) - E(\varphi) = 0 \tag{25}$$

vereinfacht werden, so dass (24) schliesslich geschrieben werden kann als

$$Var[\hat{f}(\varphi)] \cong \left(\frac{\partial f(\varphi)}{\partial \varphi}\right)' \sum_{\hat{\varphi}} \left(\frac{\partial f(\varphi)}{\partial \varphi}\right) \tag{26}$$

wobei $\sum_{\hat{\varphi}}$ die Kovarianzmatrix des Vektors $\hat{\varphi}$ bezeichnet.

Dieses Resultat kann für unsere spezielle Anwendung konkretisiert werden. Der Spaltenvektor φ umfasst dann zwei Parameter, x und y, die multiplikativ miteinander verknüpft sind.[24] Das Produkt nennen wir z. Das Ziel ist die Berechnung der Varianz von z. Unter diesen Umständen lässt sich die Gleichung (26) schreiben als

$$Var(\hat{z}) = \left[\left(\frac{\partial xy}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial xy}{\partial y}\right)\right] \cdot \begin{bmatrix} Var(\hat{x}) & Cov(\hat{x},\hat{y}) \\ Cov(\hat{x},y) & Var(\hat{y}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial xy}{\partial x} \\ \frac{\partial xy}{\partial y} \end{bmatrix} \tag{27}$$

oder einfacher

$$Var(\hat{z}) = \begin{bmatrix} y & x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Var(\hat{x}) & Cov(\hat{x},\hat{y}) \\ Cov(\hat{x},\hat{y}) & Var(\hat{y}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} \tag{28}$$

[23] Dieser Abschnitt stützt sich im Wesentlichen auf [Greene (1993)], S. 218 f.

[24] Konkret könnten die zwei Variablen etwa für das prognoszierte β_i sowie die historische Marktrisikoprämie stehen.

In Kapitel 3 verwenden wir diese Beziehung zur Berechnung der Varianz von zwei multiplikativ verknüpften Zufallsvariablen.

ZUSAMMENFASSUNG

Der Wert eines Projektes hängt neben den erwarteten Cash Flows von der verwendeten Diskontrate ab. Ihre Messung beruht auf historischen Daten. Sie ist somit mit Messfehlern verbunden, die den Entscheid über die Projektdurchführung beeinflussen können. Wir stellen eine Methode vor, mit der nicht nur der Erwartungswert sondern auch die Varianz der erwarteten Eigenkapitalkosten bestimmt werden kann. Für eine Stichprobe von 25 Schweizer Unternehmen berechnen wir Erwartungswert und Varianz der Eigenkapitalkosten auf der Basis des CAPM. Obwohl die Kapitalkosten durchwegs kleine Vertrauensintervalle aufweisen, zeigen wir, dass bereits geringe Abweichungen der Eigenkapitalkosten vom Mittelwert zu bedeutenden Bewertungsdifferenzen führen können.

SUMMARY

The value of a project depends on its expected cash flows and the appropriate discount rate. Since discount rates are measured with historical data, their estimation is subject to measurement error. Measurement error can influence project decisions. This paper describes a method to gauge the variance of CAPM based cost of equity estimates and calculates it for a sample 25 Swiss firms. The variances we obtain are fairly small. Nevertheless, even these small confidence intervals can lead to significant valuation differences.

RESUME

La valeur d'un projet dépend outre des cash flows attendus aussi du taux d'escompte utilisé. En effet son calcul sur la base de données historiques est lié à des erreurs de calcul qui peuvent influencer la décision d'exécution du projet. Nous présentons une méthode avec laquelle il est possible de déterminer la variation des côuts attendus du capital propre. Ensuite nous calculons la valeur estimée et la variation des coûts du capital propre sur la base du CAPM pour 25 entreprises suisses et constatons que généralement les coûts du capital présentent des intervalles de confiance relativement restreints. Tout de même nous sommes en mesure de démontrer que des variations minimes des coûts du capital propre peuvent mener à des différences d'évaluation considérables.

Literatur

[Blume (1971)] Blume, Marshall E., 1971, On the Assessment of Risk, Journal of Finance 26, 1-10

[Blume (1975)] Blume, Marshall E., 1975, Betas and their Regression Tendencies, *Journal of Finance* 30, 785-795.

[Cuenot, Reyes (1992)] Cuenot, Elisabeth and Cecilia Reyes, 1992, Multi-Factor APT Model for the Swiss Equity Market, CS Investment Research, Basic Report.

[Greene (1993)] Greene, William H., 1993, Econometric Analysis, 2. Auflage, Macmillan, New York, NY.

[Lintner (1965)] Lintner, John, 1965, The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets, *Review of Economics and Statistics* 47, 13-37.

[Loderer (1992)] Loderer, Claudio F., 1992, Of low Dividend Yields and high Interest Rates, *Finanzmarkt und Portfolio Management* 6, 259-261

[Ross (1976)] Ross, Stephen A., 1976, The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing, *Journal of Economic Theory* 13, 341-360.

[Sharpe (1964)] Sharpe, William F., 1964, Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk, *Journal of Finance* 19, 425-442.

[White (1980)] White, Halbert, 1980, A Heteroskedasiticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and Direct Test for Heteroskedasticity, *Econometrica* 48, 817-838.

[Z'Graggen, Seiler (1993)] Z'Graggen, Pius und Christoph Seiler, 1993, Die Eigenkapitalkosten der Schweizerischen Bankgesellschaft, Lizentiatsarbeit am Institut für Finanzmanagement, Universität Bern.

Table 1: Aktienbetas historisch und prognostiziert (nach Blume); Erwartungswert und Standardabweichung

TITEL	BETA92 (1)	SE_B92 (2)	BETAP (3)	SE_BP (4)
Adia I	2.38	0.63	1.50	0.25
Adia PS	3.71	0.66	1.90	0.31
Alusuisse I	1.37	0.26	1.19	0.14
Alusuisse N	1.32	0.25	1.18	0.13
Ascom I	0.51	0.36	0.93	0.14
Ascom N	-0.20	0.24	0.72	0.11
Bâloise N	0.88	0.24	1.04	0.12
Bâloise PS	1.35	0.21	1.19	0.13
BBC I	1.56	0.20	1.25	0.14
BBC N	1.62	0.25	1.27	0.15
BBC PS	1.57	0.25	1.27	0.14
Oerlikon-Bührle I	0.77	0.47	1.01	0.17
Oerlikon-Bührle N	0.44	0.47	0.91	0.16
Ciba-Geigy I	1.19	0.15	1.14	0.11
Ciba-Geigy N	1.20	0.14	1.14	0.11
Ciba-Geigy PS	1.26	0.14	1.16	0.12
CS-Holding I	1.46	0.16	1.22	0.13
CS-Holding N	1.42	0.15	1.21	0.12
Elektrowatt I	0.73	0.14	1.00	0.10
Elektrowatt PS	1.02	0.22	1.09	0.12
GeorgFischer I	1.45	0.39	1.22	0.17
GeorgFischer N	2.18	0.40	1.44	0.19
Holderbank I	1.15	0.18	1.13	0.12
Holderbank N	1.07	0.26	1.10	0.13
Nestlé I	0.79	0.09	1.02	0.09
Nestlé N	0.85	0.09	1.04	0.10
Nestlé PS	0.89	0.11	1.05	0.10
PharmaVision I	1.10	0.15	1.11	0.11
Roche I	0.63	0.14	0.97	0.10
Roche PS	1.12	0.16	1.12	0.11

BETA92: Historische Aktienbetas; wöchentliche Mittwochsdaten vom 23.10.91 bis zum 14.10.92.

SE_B92: Standardabweichungen der historischen Aktienbetas.

BETAP: Mit der Methode von Blume prognostizierte Aktienbetas.

SE_BP: Standardabweichungen der prognostizierten Aktienbetas.

Table 2: Aktienbetas historisch und prognostiziert (nach Blume); Fortsetzung

TITEL	BETA92 (1)	SE_B92 (2)	BETAP (3)	SE_BP (4)
Rückversicherung I	1.55	0.17	1.25	0.13
Rückversicherung N	1.43	0.19	1.21	0.13
Rückversicherung PS	1.35	0.14	1.19	0.12
Sandoz I	1.04	0.15	1.09	0.11
Sandoz N	1.10	0.15	1.11	0.11
Sandoz PS	1.08	0.15	1.11	0.11
Bankgesellschaft I	1.06	0.12	1.10	0.11
Bankgesellschaft N	1.00	0.15	1.08	0.11
Bankverein I	1.34	0.22	1.18	0.13
Bankverein N	1.07	0.21	1.10	0.12
Bankverein PS	1.29	0.21	1.17	0.13
Schindler I	1.35	0.26	1.19	0.14
Schindler N	0.74	0.32	1.00	0.13
Schindler PS	1.52	0.31	1.24	0.15
SMH N	1.22	0.31	1.15	0.14
SMH PS	1.36	0.32	1.19	0.15
Sulzer N	1.25	0.27	1.16	0.13
Sulzer PS	0.73	0.23	1.00	0.11
Swissair I	1.03	0.28	1.09	0.13
Swissair N	1.22	0.31	1.15	0.14
Swissair PS	1.09	0.40	1.11	0.16
Surveillance I	1.33	0.27	1.18	0.14
Surveillance N	1.16	0.37	1.13	0.15
Surveillance PS	1.57	0.35	1.25	0.16
Winterthur I	1.34	0.18	1.18	0.12
Winterthur N	1.36	0.17	1.19	0.12
Winterthur PS	1.35	0.16	1.19	0.12
Zürich I	1.40	0.18	1.20	0.13
Zürich N	1.17	0.16	1.13	0.11

BETA92: Historische Aktienbetas; wöchentliche Mittwochsdaten vom 23.10.91 bis zum 14.10.92.

SE_B92: Standardabweichungen der historischen Aktienbetas.

BETAP: Mit der Methode von Blume prognostizierte Aktienbetas.

SE_BP: Standardabweichungen der prognostizierten Aktienbetas.

Table 3: Firmenbetas, Eigenkapitalkosten und 95% Vertrauensintervall der Eigenkapitalkosten

	UBETA (1)	SE_UB (2)	EKKO (3)	SE_EKKO (4)	UNTERE (5)	OBERE (5)
Adia	1.56	0.25	12.41	0.46	11.48	13.34
Alusuisse	1.18	0.13	10.93	0.35	10.23	11.63
Ascom	0.89	0.11	9.78	0.26	9.25	10.31
Bâloise	1.06	0.12	10.44	0.31	9.82	11.07
BBC	1.25	0.13	11.20	0.37	10.47	11.94
Oerlikon-Bührle	1.00	0.16	10.20	0.30	9.61	10.80
Ciba-Geigy	1.14	0.10	10.76	0.34	10.09	11.43
CS-Holding	1.22	0.11	11.06	0.36	10.35	11.78
Elektrowatt	1.01	0.10	10.24	0.30	9.64	10.83
GeorgFischer	1.25	0.15	11.21	0.37	10.47	11.95
Holderbank	1.12	0.11	10.68	0.33	10.02	11.33
Nestlé	1.03	0.06	10.33	0.30	9.73	10.93
PharmaVision	1.11	0.09	10.65	0.33	9.99	11.30
Roche	1.08	0.08	10.52	0.32	9.89	11.16
Rückversicherung	1.21	0.09	11.03	0.35	10.32	11.74
Sandoz	1.11	0.07	10.63	0.32	9.98	11.28
Bankgesellschaft	1.09	0.10	10.58	0.32	9.94	11.22
Bankverein	1.16	0.12	10.84	0.34	10.16	11.52
Schindler	1.10	0.12	10.58	0.32	9.94	11.23
SMH	1.16	0.14	10.84	0.34	10.16	11.53
Sulzer	1.11	0.11	10.63	0.33	9.98	11.28
Swissair	1.12	0.09	10.63	0.33	9.98	11.28
Surveillance	1.17	0.11	10.87	0.34	10.19	11.56
Winterthur	1.19	0.07	10.95	0.35	10.25	11.64
Zürich	1.16	0.07	10.84	0.34	10.16	11.52

UBETA: Unternehmensbeta; gewichteter Durchschnitt der Aktienbetas

SE_UB: Standardabweichung der Unternehmensbetas

EKKO: Eigenkapitalkosten in %

SE_EKKO: Standardabweichung der Eigenkapitalkosten in %

UNTERE: Untere Grenze des 95%-Vertrauensintervalles der Eigenkapitalkosten in %

OBERE: Obere Grenze des 95%-Vertrauensintervalles der Eigenkapitalkosten in %

Figure 1: Bewertungsintervall pro 1000 Franken